

## Evaluation of Interpolation Methods in Estimating the Groundwater Level (Case Study: Razavi Khorasan Plains)

Gholamhossein Akbari<sup>1\*</sup>, Reza Barati<sup>2</sup>, Iman Lotfi<sup>1</sup>, Milad Seifi<sup>1</sup>

1- Department of Water and Hydraulic Structures, Faculty of Civil Engineering, Bojnord University, Bojnord, Iran

2- Department of Water Engineering, Research Assistant, Razavi Khorasan Regional Water, Mashhad, Iran

\* Corresponding author: akbari@ub.ac.ir

(Received: 16 February 2024

Revised: 01 April 2024

Accepted: 01 May 2024)

### Extended Abstract

**Introduction:** In many geographical and scientific phenomena such as hydrology and meteorology, where sampling is costly, observations are often sparse and pointwise. Selecting an appropriate interpolation method is crucial for water resource management, as it significantly impacts accuracy and cost reduction. Interpolation, utilized across various sciences, primarily aims to predict unknown values through a range of mathematical and statistical models. Ensuring the interpolation method and its correctness saves money and increases the accuracy of decision making. In general, a method that provides an optimal solution in all phenomena and locations is not found. Considering the environmental conditions of the region various methods should be assessed to determine the most optimal approach.

**Materials and methods:** The study area of Gonabad, with an area of 1805.6 km<sup>2</sup>, of which 1048.7 km<sup>2</sup> are plains and the rest are highlands. In this research, the main goal is to evaluate the common methods of interpolation in the plains of Razavi Khorasan province. The plains of Gonabad and Sarakhs were studied due to their different hydrological and hydrogeological conditions; Also, in this review, inverse distance weighting (IDW) methods, kriging (simple, ordinary), cokriging, radial basis functions, and Thiessen's method were selected as interpolators for the study; and all these methods were evaluated by cross-validation.

**Results and Discussion:** In the present study, two methods of interpolation, IDW and Kriging, produced much more appropriate estimates than the rest of the studied methods. In comparing these two methods, IDW, as a classic method, requires fewer parameters and is simpler to implement. However, since it does not take into account the arrangement of data and the correlation between them, it is less accurate than kriging. On the other hand, geostatistical methods such as kriging, while offering better accuracy, require statistical tests, data transfer, data distribution, and spatial structure analysis due to hypotheses such as normality of data. This complexity and time-consuming nature can lead to errors. In this study, to assess the groundwater level under different conditions, information from two months of the year was utilized in each time period as representative of wet (February) and dry (August) periods. Contrary to previous ideas, due to the dry climate and low rainfall in the plains of the province, no significant difference was observed between these two months. Contrary to previous assumptions, the dry climate and low rainfall in the plains resulted in no significant difference between these two months.

**Conclusion:** Applying interpolation methods to two different time periods was conducted to investigate long-term decline. In the Gonabad Plain, the best methods were identified with RMSE values of 11.96, 14.02 and 14.49 meters for IDW, ordinary kriging and simple kriging, respectively Simple and ordinary kriging methods as well as IDW with RMSE values of 1.41, 1.58 and 11.83 m, respectively, were introduced in the Sarakhs Plain as the most optimal methods. In depicting the zoning of groundwater levels, as illustrated at the end of each plain by the aquifer map and changes in water level, it was found that height fluctuations corresponded to the information available in hydrogeological surveys of each region to a large extent. Analyzing the forecast results during the years 2012 to 2016, the decrease in groundwater level, based on the best and most optimal methods applied in the study plains of Gonabad and Sarakhs, amounted to a negligible four, seven, and five meters. In the province's plains, the Sarakhs Plain aquifer exhibited higher accuracy than others. This was attributed to the correct arrangement and density of sampling stations in this plain.

**Keywords:** Gonabad and Sarakhs plains, Groundwater, Thisen polygonalization, Validation.

Citation: Akbari, Gh. H., Barati, R., Lotfi, I., & Seifi, M. (2024). Evaluation of interpolation methods in estimating the groundwater level (Case Study: Razavi Khorasan Plains). *Integrated Watershed Management*, 4(3), 52-67. doi= 10.22034/iwm.2024.2023149.1138

### Copyrights:

Copyright for this article is retained by the author(s), with publication rights granted to Integrated Watershed Management. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>).



## ارزیابی روش‌های درون‌یابی در برآورد تراز سطح آب زیرزمینی (مطالعه موردی: دشت‌های خراسان رضوی)

غلامحسین اکبری<sup>۱\*</sup>، رضا براتی<sup>۲</sup>، ایمان لطفی<sup>۱</sup>، میلاد سیفی<sup>۱</sup>

۱- گروه آب و سازه‌های هیدرولیکی، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه بجنورد، بجنورد، ایران

۲- گروه مهندسی آب، معاونت پژوهشی، آب منطقه‌ای خراسان رضوی، مشهد، ایران

\*نویسنده مسئول: [akbari@ub.ac.ir](mailto:akbari@ub.ac.ir)

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۲/۱۲

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۳/۰۱/۱۳

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۱۱/۲۷

### چکیده مبسوط

**مقدمه:** در بیش‌تر پدیده‌های جغرافیایی و علمی نظیر هیدرولوژی و هواشناسی که نمونه‌گیری در آن بسیار هزینه‌بر است، مشاهدات به‌طور نقطه‌ای و با تراکم اندک انجام می‌پذیرد. انتخاب یک روش درون‌یابی مناسب برای مدیریت منابع آب مهم است زیرا بر دقت و کاهش هزینه تأثیر می‌گذارد. درون‌یابی که در علوم مختلف مورد استفاده قرار می‌گیرد، در درجه اول با هدف پیش‌بینی مقادیر ناشناخته از طریق طیف وسیعی از مدل‌های ریاضی و آماری است. اطمینان از روش درون‌یابی و صحت آن باعث صرفه‌جویی در هزینه و افزایش دقت تصمیم‌گیری می‌شود. به‌طور کلی روشی که در همه پدیده‌ها و مکان‌ها راه حل بهینه ارائه کند یافت نمی‌شود. با توجه به شرایط محیطی منطقه باید روش‌های مختلفی برای تعیین بهینه‌ترین رویکرد ارزیابی شود.

**مواد و روش‌ها:** محدوده مورد مطالعه گناباد به مساحت ۱۸۰۵/۶ کیلومترمربع که ۱۰۴۸/۷ کیلومترمربع آن دشت و بقیه ارتفاعات است. در پژوهش حاضر هدف اصلی، ارزیابی و مقایسه‌ی روش‌های رایج درون‌یابی در دشت‌هایی از استان خراسان رضوی می‌باشد. دشت‌های گناباد و سرخس به جهت شرایط هیدرولوژی و هیدروژئولوژی متفاوت از یکدیگر مورد مطالعه قرار گرفت. همچنین در این پژوهش، روش‌های وزن‌دهی معکوس فاصله (IDW)، کریجینگ (ساده، معمولی)، کریجینگ کمکی، توابع پایه شعاعی و روش تیسس به‌عنوان درون‌یابی برای مطالعه انتخاب شدند و تمامی این روش‌ها با اعتبارسنجی تقاطعی مورد ارزیابی قرار گرفتند.

**نتایج و بحث:** در پژوهش حاضر، دو روش درون‌یابی IDW و کریجینگ، تخمین‌های به‌مراتب مناسب‌تری نسبت به بقیه روش‌های مورد مطالعه ارائه کردند. در مقایسه این دو روش، IDW به‌عنوان یک روش کلاسیک به علت این‌که پارامترهای کم‌تری نیاز دارد؛ کاملاً ساده‌تر قابل اجراست. با این حال، از آنجایی‌که ترتیب داده‌ها و همبستگی بین آن‌ها را در نظر نمی‌گیرد، از دقت کم‌تری در مقابل کریجینگ برخوردار است. از سوی دیگر، روش‌های زمین‌آماري همچون کریجینگ، ضمن ارائه دقت بهتر، به دلیل فرضیه‌هایی مانند نرمال بودن داده‌ها، نیازمند آزمون‌های آماری، انتقال داده‌ها، توزیع داده‌ها و تحلیل ساختار مکانی است که این خود باعث پیچیدگی و زمان‌بر شدن و ایجاد خطا گردید. در این مطالعه برای ارزیابی سطح آب زیرزمینی در شرایط مختلف، از اطلاعات دو ماه از سال در هر دوره زمانی به عنوان نماینده دوره‌های ترسالی (بهم‌ماه) و خشک‌سالی (مردادماه) استفاده شد. برخلاف تصور قبلی، به دلیل خشکی آب و هوا و کم‌بارندگی در دشت‌های استان، تفاوتی بین این دو ماه مشاهده نشد.

**نتیجه‌گیری:** اعمال روش‌های درون‌یابی بر روی دو دوره زمانی مختلف به جهت بررسی افت بلند مدت انجام پذیرفت که در دشت گناباد با مقدار RMSE ۱۱/۹۶ متر، برای IDW ۱۴/۰۲ و ۱۴/۴۹ متر برای کریجینگ ساده و معمولی، روش‌های برتر شناسایی شدند. در دشت سرخس روش‌های کریجینگ ساده و معمولی و همچنین وزن‌دهی معکوس فاصله با مقادیر RMSE ۱/۴۱، ۱/۵۸ و ۱۱/۸۳ متر بهینه‌ترین روش‌ها معرفی شدند. در نمایش پهنه‌بندی سطوح آب زیرزمینی که در انتهای هر دشت به‌وسیله‌ی نقشه آبخوان و تغییرات تراز سطح آب زیرزمینی نشان داده شد؛ مشخص شد که نوسانات ارتفاعی با اطلاعات موجود در بررسی‌های هیدروژئولوژی هر محدوده تا حد زیادی مطابقت دارد. با تحلیل نتایج پیش‌بینی‌های انجام گرفته، در طی سال ۱۳۹۲ و ۱۳۹۶ افت تراز سطح آب زیرزمینی بر اساس بهترین و بهینه‌ترین روش‌های اعمال شده در دشت‌های مطالعاتی گناباد، سرخس مقداری ناچیز و قابل چشم‌پوشی در حدود ۰،۴ و ۵ متر است. در درون‌یابی دشت‌های استان، آبخوان دشت سرخس از دیگر محدوده مطالعاتی دقت بالاتری را از خود به نمایش گذاشت؛ علت این اتفاق چیدمان صحیح ایستگاه‌های نمونه‌برداری و چگالی مناسب نقاط در نمونه‌برداری از دشت مذکور بود.

**واژه‌های کلیدی:** دشت گناباد و سرخس، آب زیرزمینی، درون‌یابی تیسس، اعتبارسنجی.

**استناد:** اکبری، غ. ح.، براتی، ر.، لطفی، ا. و سیفی، م. (۱۴۰۳). ارزیابی روش‌های درون‌یابی در برآورد تراز سطح آب زیرزمینی (مطالعه موردی: دشت‌های خراسان رضوی). مدیریت جامع حوزه‌های آبخیز، ۴(۲)، ۶۷-۵۲.

### حق چاپ:



حق چاپ برای نویسنده (گان) این مقاله محفوظ است. بر اساس قوانین انتشارات با دسترسی آزاد، تمام مطالعات چاپ شده در این نشریه به‌صورت آزاد در وبسایت نشریه برای عموم بدون پرداخت هزینه قابل دسترس است.

## مقدمه

یکی از مسائل اساسی در مطالعه‌ی تحلیل پدیده‌های محیطی، بعد از مشاهده مقادیر برای نقاط نمونه، تخمین مقدار برای نقاط مجهول است که این کار با استفاده از روش‌های درون‌یابی مختلف قابل انجام خواهد بود (Adhikary and Jyotiprava, 2017; Arslan, 2014; Daliakopoulos *et al.*, 2005). درون‌یابی در علوم مختلفی مورد استفاده قرار می‌گیرد و کاربرد اصلی آن پیش‌بینی مقادیر مجهول به کمک مجموعه‌ای از مدل‌های متنوع ریاضی و آماری است (AliJani *et al.*, 2022; Bhattacharjee *et al.*, 2005; Delgado *et al.*, 2010). اطمینان از روش درون‌یابی و صحت انجام آن باعث صرفه‌جویی در هزینه و افزایش دقت تصمیم‌گیری می‌گردد. به‌طور کلی روشی که در تمامی پدیده‌ها و محل‌ها جواب بهینه‌ای ارائه دهد یافت نمی‌شود (Samadi, 2017; Eldrandaly and AbuZaid, 2011; Gong *et al.*, 2014; Kalhor *et al.*, 2013; Kaminska and Grzywna, 2014; Li and Heap, 2014; Ma *et al.*, 2012)؛ و باید با توجه به شرایط محیطی منطقه، روش‌های مختلف را بررسی نموده و به بهینه‌ترین پاسخ دست یافت (Bhunia *et al.*, 2018; Piazza *et al.*, 2011; Jie *et al.*, 2013; Ohmer *et al.*, 2017; Shahid *et al.*, 2017). امروزه با گسترش و توسعه‌ی ابزارهای محاسباتی، روش‌های درون‌یابی متنوعی ارائه گردید که این تنوع و گستردگی روش، کار را برای انتخاب روش مناسب در پدیده‌های گوناگون دشوارتر از قبل می‌کند (Elumalai *et al.*, 2014; Wang *et al.*, 2017). تحقیقات فراوانی جهت استفاده از روش‌های درون‌یابی بر اساس نوع پدیده، مقیاس، تراکم نقاط و... ارائه شده است (Khodadadi *et al.*, 2022; Xiao *et al.*, 2016). اما همچنان ساختار کلی در این رابطه وجود ندارد و عموماً درستی روش‌های مختلف به‌صورت موردی برای یک منطقه خاص برآورده می‌شود (Bronowicka *et al.*, 2019). از این‌رو در پژوهشی در آبخوان قره‌سو در استان گلستان تلاش شده تا با بررسی و ارزیابی روش‌های رایج

درون‌یابی در تخمین تراز سطح آب‌های زیرزمینی، عوامل مؤثر بر انتخاب و اجرای هر کدام از روش‌ها شناسایی و بررسی گردد (Ghorbani and Salarijezi, 2018). در مطالعاتی بر روی طرح آبیاری در دشت شبستر صوفیان به‌منظور تعیین این‌که کدام‌یک از مدل‌های نیمه‌کاره تجربی به بهترین وجه با مقادیر مشاهداتی مطابقت دارد، مدل سمی واریوگرام تجربی درجه دوم را بهترین مدل برای منطقه آبیاری مورد مطالعه قلمداد کردند (Ebadi and Rezaei, 2019). در پژوهشی دیگر در منطقه خشک و نیمه‌خشک ایران با بررسی سطح آب موجود در آبخوان تعداد محدودی از سایت‌ها به بررسی روش درون‌یابی کریجینگ پرداختند. در این پژوهش کارایی سیستم استنباط فازی مبتنی بر شبکه کریجینگ معمولی و سازگار با شبکه ANFIS در درون‌یابی سطح آب‌های زیرزمینی در یک سفره‌ی آب شیرین نشده مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد که مدل ANFIS در تخمین سطح آب‌های زیرزمینی کارایی نسبتاً خوبی دارد (Habibabadi and Derakhshan, 2023). در پژوهشی در حوزه بنگال با تجزیه و تحلیل نتایج مقادیر متفاوتی برای کریجینگ معمولی و وزن‌دهی معکوس فاصله به دست آوردند که در مناطقی که آب زیرزمینی به‌عنوان منبع آشامیدنی نامناسب بود برای کریجینگ معمولی و وزن‌دهی معکوس فاصله به ترتیب ۴۱۹ و ۱۱۶ کیلومتر مربع بود. سه منطقه بسیار آلوده در محل مذکور به‌وسیله کریجینگ معمولی تعیین شدند و به‌طور کلی کیفیت آب زیرزمینی ضعیف شناخته شد (Ghosh *et al.*, 2019). یکی از کاربردهای درون‌یابی تهیه نقشه و به تصویر کشیدن شرایط آب‌های زیرزمینی است؛ که در پژوهشی در آبخوان شیروان در خراسان شمالی برای به تصویر کشیدن و نمونه‌برداری از وضعیت کیفی آب شروع به تحقیق کردند. آن‌ها برای بررسی کیفیت آب اقدام به جمع‌آوری داده‌ها و پارامترهای فیزیکی و شیمیایی از قبیل میزان اسیدی و بازی بودن، کدورت، سختی، مقدار

وسیع‌تری از این محدوده را در بر می‌گیرد. ارتفاعات محدوده مورد مطالعه در بخش غربی و جنوبی منطقه قرار داشته و دشت سرخس که آبخوان آبرفتی را در خود جای می‌دهد در بخش شرقی و حاشیه رودخانه‌ی هریرود قرار دارد. در این پژوهش از اطلاعات ۳۰ حلقه چاه پیزومتری موجود در سفره‌ی آبخوان دشت گناباد و ۴۲ حلقه چاه مشاهده‌ای موجود در دشت سرخس در سال‌های ۱۳۹۲ و ۱۳۹۶ استفاده گردید. اطلاعات هر دو سال به دلیل بررسی سطح تراز آب در ترسالی و خشک‌سالی به دو ماه مرداد و بهمن محدود گردید.

دشت گناباد و سرخس دارای نوسانات بسیار اندکی در سطح آب‌های زیرزمینی میان ماه‌های مرداد و بهمن است. همچنین مقدار داده‌های بهمن و مردادماه در سال ۱۳۹۲ و ۱۳۹۶ حاکی از تغییرات ناگهانی تراز آب زیرزمینی همچون برداشت‌های بی‌رویه آب است (Regional water organization Razavi Khorasan, 2017). همچنین داده‌ها با توجه به زمان‌بر شدن و ایجاد خطا نرمال نمی‌باشند.

### روش تحقیق

هدف اصلی این پژوهش، ارزیابی و مقایسه‌ی روش‌های رایج درون‌یابی (وزن‌دهی معکوس، کریجینگ) در دشت‌هایی از استان خراسان رضوی است. در پژوهش حاضر برای پیاده‌سازی روش‌های وزن‌دهی معکوس فاصله، کریجینگ (ساده و معمولی)، کریجینگ کمکی، توابع پایه‌شعاعی و تیسن نیز از ArcGIS استفاده گردید. برای ارزیابی عملکرد روش‌ها از شاخص همبستگی، میانگین خطای مطلق و خطای میانگین مربعات استفاده شده است.

### روش وزن‌دهی معکوس فاصله (IDW)

روش وزن‌دهی معکوس فاصله (IDW<sup>1</sup>)، یکی از ساده‌ترین روش‌های درون‌یابی است. این روش یک ترکیب خطی از داده‌های موجود را برای پیش‌بینی مقادیر نامعلوم پیشنهاد می‌کند. در این روش فقط فاصله‌ها اهمیت دارد و از موقعیت و آرایش نقاط

کلسیم و کلریدهای موجود در آب نمودند. سپس برای درون‌یابی، از روش‌های قطعی همچون وزن‌دهی معکوس فاصله و توابع پایه‌شعاعی و روش‌های زمین‌آماری مثل کریجینگ معمولی بهره جستند (Gholizadeh Sarabi et al., 2022).

هدف اصلی این پژوهش نیز، ارائه یک چارچوب مناسب به‌منظور انتخاب روش بهتر درون‌یابی مکانی جهت تعیین تراز آب‌های زیرزمینی البته متناسب با شرایط هیدرولوژی و هیدروژئولوژی منطقه مطالعاتی گناباد و سرخس است.

### مواد و روش‌ها

#### منطقه مورد مطالعه

محدوده مطالعاتی این پژوهش شامل دوآبخوان گناباد و سرخس در دشت‌های استان خراسان رضوی می‌باشد. محدوده مطالعاتی گناباد با وسعت ۱۸۰۵/۶ کیلومترمربع، در جنوب شهرستان تربت‌حیدریه قرار دارد و به لحاظ جغرافیایی نیز در محدوده ۵۸° ۱۹' تا ۵۹° ۰۱' طول شرقی و ۳۴° ۰۳' تا ۳۴° ۲۲' عرض شمالی واقع شده است (شکل ۱). آبخوان آبرفتی با مساحت تقریبی ۶۸۷ کیلومترمربع بخش وسیعی از این محدوده را در بر می‌گیرد. محدوده مطالعاتی دشت گناباد شکل نسبتاً بیضوی داشته و تمامی بخش جنوبی، شرقی و غربی آن را ارتفاعات احاطه کرده و نقاط کم ارتفاع و پست در بخش شمالی که خروجی دشت نیز است قرار دارند. محدوده مطالعاتی سرخس نیز دارای وسعت ۱۹۲۶ کیلومترمربع است که ۱۷۵۳ کیلومترمربع آن را دشت و الباقی را ارتفاعات تشکیل می‌دهد. این منطقه مطالعاتی در ۱۸۰ کیلومتری شهر مشهد و شمال‌شرق ایران در مجاورت مرز ترکمنستان قرار دارد. همچنین به لحاظ مختصات جغرافیایی نیز در مختصات ۴۲° ۶۰' تا ۶۱° ۱۴' طول شرقی و ۵۰° ۳۵' تا ۳۶° ۳۷' عرض شمالی واقع شده است. آبخوان آبرفتی با مساحت تقریبی ۵۹۳/۴ کیلومترمربع بخش

<sup>1</sup> Inverse Distance Weighting

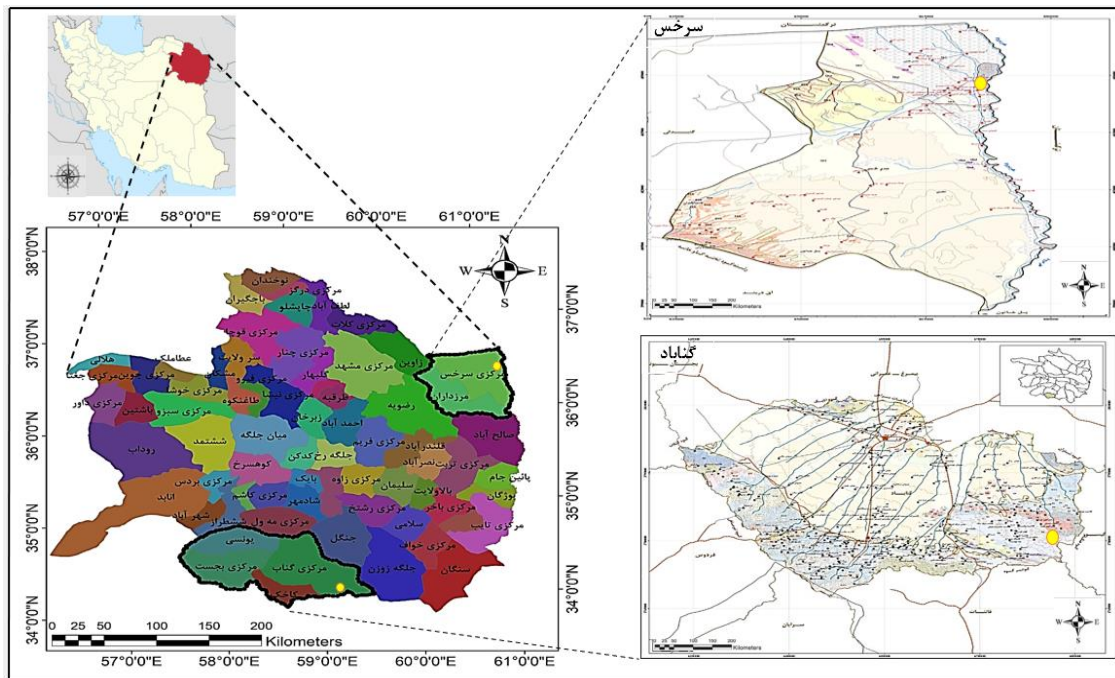
اکبری و همکاران

صرف نظر می‌شود. از رابطه شماره (۱) نیز محاسبه می‌شود.

$$z(x) = \sum_{i=1}^n w_i z_i / \sum_{i=1}^n w_i = \frac{w_1}{\sum_{i=1}^n w_i} z_1 + \dots + \frac{w_n}{\sum_{i=1}^n w_i} z_n$$

که  $Z_i$  مقدار مشاهداتی و  $W_i$  وزن مقادیر است.

(۱)



شکل ۱- موقعیت جغرافیایی دشت‌های سرخس و گناباد در استان خراسان رضوی

Figure 1- Geographical locations of Sarakhs and Gonabad Plains in Razavi Khorasan province

✓ امکان ارائه‌ی آنالیزهای فیزیکی در خصوص

پارامترهای آن وجود دارد (Piazza et al., 2011).

### روش تیسن

در روش تیسن<sup>۲</sup> و مراحل ایجاد پلیگون‌بندی تیسن اگر نقاط نمونه‌برداری شده بر روی یک شبکه‌ی منظم باشند، پلیگون‌های منظم و اگر این نقاط نامنظم باشند، پلیگون‌های نامنظم به وجود خواهند آمد؛ بنابراین نوع ساختار فضایی پلیگون‌های تیسن به پراکندگی نقاط نمونه وابسته است.

(۳)

$$H_{\text{total}} = \frac{\sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^k \text{Thiessen Area} * \text{Thiessen Value})}{\text{Area}_{\text{total}}}$$

در رابطه شماره (۳)،  $H_{\text{total}}$  هیدروگراف واحد آب برای پلیگون تیسن، Thiessen Area بیانگر مساحت هر

### روش تابع پایه شعاعی (RBF)

تابع پایه شعاعی (RBF<sup>۱</sup>) یکی از روش‌های درون‌یابی رسا است که در آن سطح برازش داده شده از تمامی نقاط عبور می‌کند. تفاوت این روش با وزن‌دهی معکوس فاصله این است که IDW عددی خارج از محدوده‌ی داده‌ها را انتخاب نمی‌کند.

$$z = w_1 \varphi_1 + w_2 \varphi_2 + w_3 \varphi_3 + \dots \quad (۲)$$

در فرمول شماره (۲)،  $W_i$  وزن مقادیر و  $Q_i$  مقدار مشاهداتی است. مزایای روش RBF به شرح زیر است:

✓ تخمین پارامترهای موجود در آن نسبتاً ساده است.

✓ از قابلیت تقریب فراگیر انواع مختلف توابع برخوردار است.

2 Thiessen

1 Root Basis Function

✓ میزان خطای تخمین با واریانس تابع مشخصات واریوگرام (ساختار فضایی) کمینه می‌گردد (Gong et al., 2014).

### روش کریجینگ ساده و معمولی

در روش کریجینگ ساده بیشتر مواقع با پدیده‌های طبیعی هم‌خوانی ندارد. همچنین از نظر ریاضی ساده‌تر از روش کریجینگ معمولی است اما جامعیت و کاربرد چندانی ندارد. در روش کریجینگ معمولی نیز، در واقع همان رگرسیون است که توسط مختصات مکانی به عنوان متغیر تشریحی انجام می‌گیرد. با توجه به مفهوم این روش، هرگاه روندی در داده‌ها وجود داشت باید از کریجینگ معمولی بهره جست. لذا فرمول آن از رابطه شماره (۵) محاسبه می‌شود.

$$m(X) = \sum_{k=1}^n a_k p_k(X) \quad (5)$$

در رابطه‌ی شماره (۵)،  $X$  برداری دو بعدی  $(\frac{x}{y})$ ،  $a_k$  روند محلی و  $p_k(X)$  مختصات جغرافیایی مکان می‌باشد.

### روش کریجینگ کمکی

کریجینگ کمکی<sup>۴</sup> همانند روش‌های چند متغیره است که برآورد را بر اساس همبستگی بین متغیرهای مختلف انجام می‌دهد. لذا فرمول آن از رابطه شماره (۶) محاسبه می‌شود.

$$Z^*(x_i) = \sum_{j=1}^n \lambda_{ji} * x_j \sum_{k=1}^n \lambda_k = \lambda_k * y(x_k) \quad (6)$$

در رابطه شماره (۶)،  $Z^*(x_i)$  مقدار برآورد شده در نقطه‌ی  $x_i$ ،  $\lambda_i$  وزن مربوط به متغیر  $Z$  و  $\lambda_k$  وزن مربوط به متغیر کمکی و  $y$  مقدار مشاهده‌ای متغیر کمکی خواهد بود.

### روش‌های اعتبارسنجی نتایج

#### روش مجذور میانگین مربعات خطا<sup>۵</sup>

این معیار هرچه به صفر نزدیک‌تر باشد بیانگر خطای کمتر روش درون‌یابی است (رابطه ۷). دلیل استفاده از این روش این است که برای تعیین اندازه‌ی

پلیگون تیسسن در سطح مربوط به ماه  $i$  ام و Thiessen Value میزان ارزش (یا همان تراز آب) پلیگون تیسسن،  $Area_{total}$  مساحت کل دشت و در نهایت  $K$  نیز تعداد کل پلیگون‌های تیسسن در سطح دشت است.

### روش کریجینگ

این روش علاوه بر پیش‌بینی مقادیر برای نقاط مجهول، اطمینان و صحت مقادیر برآورده شده را نیز بررسی می‌کند چراکه از روابط آماری میان داده‌ها و خودهمبستگی بین نقاط استفاده می‌کند. کریجینگ<sup>۳</sup> فرض می‌کند تفاضل مقدار متغیر ناحیه‌ای در دو نقطه از فضا به فاصله آن دو از هم‌بستگی دارد (نظریه متغیر ناحیه‌ای). این نظریه بیان می‌کند که تغییرات فضایی هر متغیر با جمع دو مؤلفه‌ی اصلی و یک مؤلفه‌ی خطا حاصل می‌گردد. لذا فرمول آن از رابطه شماره (۴) محاسبه گردید.

$$Z'_0 = \sum_{i=1}^n h_i Z(\alpha_i) \quad (4)$$

در معادله بالا  $h_i$  وزن،  $Z(\alpha_i)$  مقادیر مربوط به همسایه‌ی تأثیرگذار در درون‌یابی و  $Z'_0$  مقدار برآورد شده است.

از جمله مهم‌ترین و بارزترین ویژگی‌های روش کریجینگ به شرح زیر است:

- ✓ این روش ورودی‌های زیادی از کاربر می‌خواهد.
- ✓ در صورتی که تعداد داده‌ها زیاد باشد، محاسبات فراوان و زمان مدل‌سازی طولانی می‌شود.
- ✓ وزن علاوه بر فاصله‌ی بین نقاط، به ساختار فضایی نیز وابسته است.
- ✓ برای داده‌هایی که روندهای موضعی و وابستگی درونی دارند مناسب است.
- ✓ دقت آن وابسته به دقت واریوگرافی و تشخیص مدل تغییر نگاشت است.
- ✓ قابل‌انعطاف است یعنی به کاربر این امکان را می‌دهد تا نمودارهای همبستگی ذاتی را بررسی کند.

<sup>5</sup> Root Mean Square Error (RMSE)

3 Kriging  
4 Cokriging

اکبری و همکاران

خطاهای بزرگ استفاده می‌شود و همچنین معیار فوق به اندازه داده‌های پرت<sup>۶</sup> بسیار حساس است.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (Z(x_i) - \hat{Z}(x_i))^2} \quad (7)$$

در رابطه‌ی فوق  $Z(x_i)$  مقدار مشاهداتی و  $\hat{Z}(x_i)$  مقدار برآورد شده از درون‌یابی و  $N$  تعداد نقاط مورد مطالعه می‌باشد.

### روش ضریب تعیین ( $R^2$ ) بین داده‌های مشاهداتی و محاسباتی

این روش نسبتی از واریانس برحسب متغیر وابسته است. که میزان ارتباط خطی بین دو متغیر را اندازه‌گیری می‌کند. ضریب تعیین نشان می‌دهد که چه میزان از تغییرات متغیر وابسته تحت تاثیر متغیر مستقل بوده است. در این روش مقدار  $R^2$  از رابطه شماره (۸) به دست می‌آید.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_i (Z_i - \hat{Z}_i)^2}{\sum_i (Z_i - \bar{Z})^2} \quad (8)$$

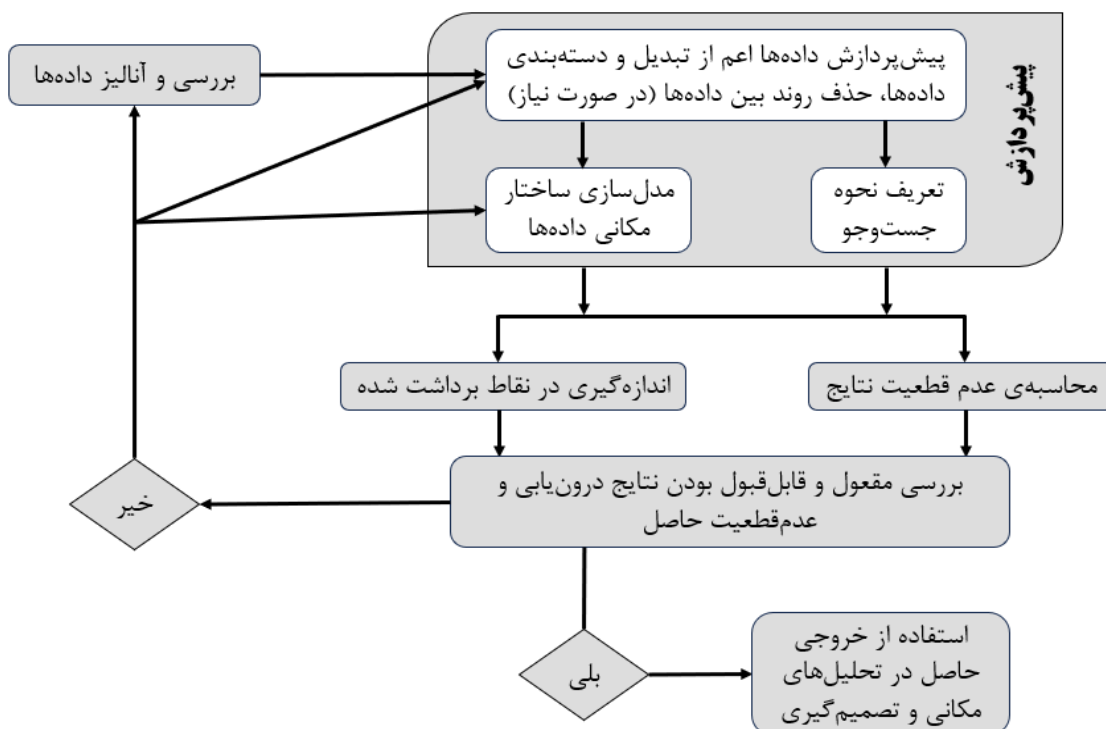
که در رابطه شماره (۸)،  $R^2$  ضریب تعیین،  $\hat{Z}_i$  مقدار برآورد شده از درون‌یابی،  $Z_i$  مقدار مشاهداتی،  $\bar{Z}$  مقدار برآورد اولیه است.

### روش میانگین انحراف خطاها<sup>۷</sup> (MBE)

این مقدار در واقع اختلاف بین میانگین مقدارهای مشاهده‌ای و برآورد شده است و نمایانگر انحراف از میانگین است. در صورتی که این مقدار مثبت باشد نشان‌دهنده‌ی برآورد بیش‌تر و در صورت منفی بودن بیانگر برآورد کم‌تر از میانگین داده‌هاست.

$$MBE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (Z(x_i) - \hat{Z}(x_i)) \quad (9)$$

در رابطه‌ی شماره (۹)،  $Z(x_i)$  مقدار مشاهداتی و  $\hat{Z}(x_i)$  مقدار برآورد شده از درون‌یابی و  $N$  تعداد نقاط مورد مطالعه است. اگر معیار بالا برابر با صفر شود، یعنی مدل درون‌یابی انتخابی، متغیر مورد نظر ما را به‌طور کاملاً دقیق برآورد می‌کند. در شکل ۲ ساختار اجرای روش‌های درون‌یابی نشان داده شده است.



شکل ۲. ساختار روش‌های درون‌یابی

Figure 2. The structure of interpolation methods

<sup>7</sup> Mean Bias Error (MBE)

<sup>6</sup> Outliers

### نتایج

در این پژوهش از اطلاعات ۳۰ حلقه چاه پیژومتری در دشت گناباد و ۴۲ حلقه چاه در دشت سرخس در سال‌های ۱۳۹۲ و ۱۳۹۶ استفاده گردید. اطلاعات هر دو سال به دلیل بررسی سطح تراز آب در ترسالی و خشک‌سالی به دو ماه مرداد و بهمن محدود گردید. در اعمال روش‌های درونیابی، پارامترهای مؤثر بر هر روش می‌تواند روند نتایج را کاملاً دستخوش تغییر سازد؛ از این رو باید در هر کدام از روش‌های اعمال شده

پارامترهای بهینه را اعمال نمود تا بهترین پاسخ، حاصل شده و قضاوت درستی میان هریک از روش‌ها صورت پذیرد. لذا در محدوده مکانی گناباد با توجه به بررسی سطح تراز آب در ترسالی و خشک‌سالی به دو ماه بهمن و مرداد محدود گردید که با روش‌های گفته‌شده مقادیر جدول ۱، به دست آمد. در جدول ۲ و ۳، به جهت اطمینان از صحت انتخاب روش درونیابی مناسب، در دشت گناباد معیارهای اعتبارسنجی  $R^2$  و MBE نیز به دست آمد.

جدول ۱ - مقادیر RMSE در دشت گناباد

Table 1 - RMSE values in Gonabad Plain

بازه زمانی	مرداد		بهمن		محدوده مکانی
	۱۳۹۶	۱۳۹۲	۱۳۹۶	۱۳۹۲	
وزن‌دهی معکوس فاصله	16.75	16.38	16.86	16.51	گناباد
کریجینگ	14.49	13.83	14.58	14.02	
تیسن	29.84	28.89	29.97	29.14	
تابع پایه شعاعی	18.47	17.71	18.57	17.91	
کریجینگ کمکی	18.88	32.49	18.95	31.06	

جدول ۲ - مقادیر  $R^2$  در دشت گناباد

Table 2 -  $R^2$  values in Gonabad Plain

بازه زمانی	مرداد		بهمن		محدوده مکانی
	۱۳۹۶	۱۳۹۲	۱۳۹۶	۱۳۹۲	
وزن‌دهی معکوس فاصله	0.80	0.80	0.80	0.80	گناباد
کریجینگ	0.93	0.93	0.93	0.93	
تیسن	0.64	0.64	0.64	0.64	
تابع پایه شعاعی	0.92	0.92	0.91	0.92	
کریجینگ کمکی	0.93	0.58	0.93	0.57	

جدول ۳ - مقادیر MBE در دشت گناباد

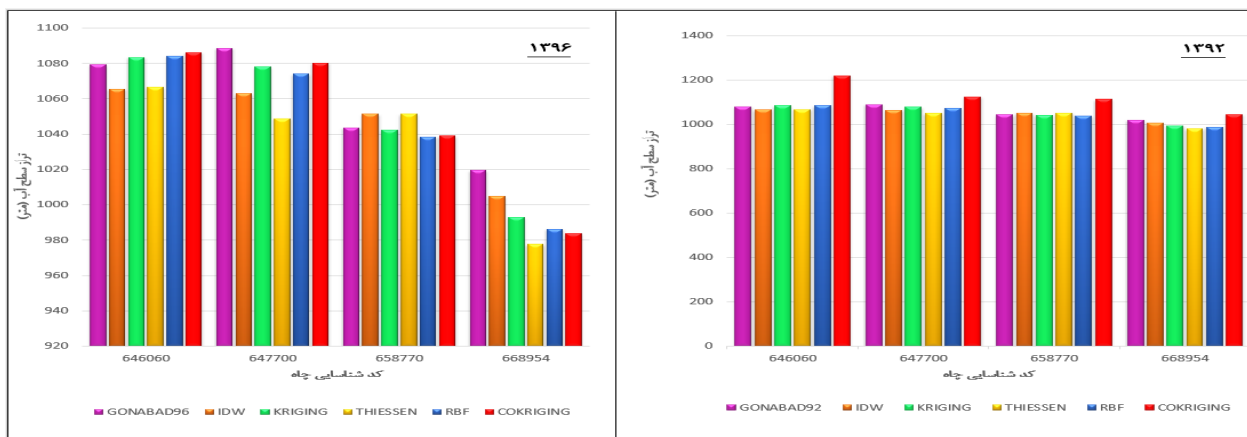
Table 3 - MBE values in Gonabad Plain

بازه زمانی	مرداد		بهمن		محدوده مکانی
	۱۳۹۶	۱۳۹۲	۱۳۹۶	۱۳۹۲	
وزن‌دهی معکوس فاصله	11.54	11.07	11.64	11.20	گناباد
کریجینگ	8.61	8.19	8.70	8.31	
تیسن	21.70	21.03	21.81	21.21	
تابع پایه شعاعی	12.01	11.56	12.11	11.69	
کریجینگ کمکی	10.47	-67.18	10.66	-67.11	

اکبری و همکاران

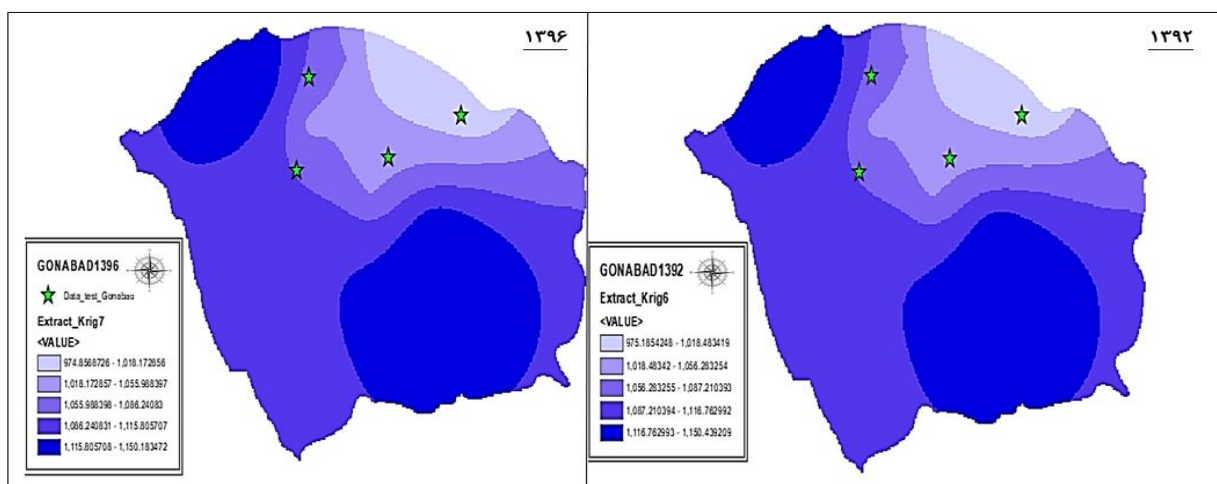
روش‌ها، کمک می‌نماید. در شکل ۳، کد شناسایی چاه مربوط به ماه مرداد و بهمن در سال ۱۳۹۲ و ۱۳۹۶ در دشت گناباد بوده که کد شناسایی ۶۵۸۷۷۰ و ۶۴۶۰۶۰ مربوط به ماه مرداد و کد شناسایی ۶۴۶۰۶۰ و ۶۴۷۷۰۰ مربوط به ماه بهمن در مقایسه مقدار واقعی و تخمینی بوده که با توجه به روش‌های درون‌یابی وزن‌دهی معکوس، کریجینگ، تیسن، تابع پایه شعاعی، کریجینگ کمکی با مقدار واقعی (رنگ بنفش) مقایسه گردید.

در نمودارهای میله‌ای شکل ۳ بررسی مقایسه‌ای بین روش‌های درون‌یابی و مقدارهای مشاهداتی از چاه‌های آزمایشی صورت گرفته است. این نمودارها دارای دو محور افقی و قائم می‌باشند؛ که مقادیر محور افقی کد شناسایی هر چاه آزمایشی را در محدوده موردنظر و محور قائم سطح تراز آب زیرزمینی در چاه‌های مشاهداتی را نشان می‌دهد. هرچند که به‌وسیله اعتبارسنجی اختلاف میان هر روش با مقدار واقعی مشخص می‌گردد؛ اما نمایش این اختلاف‌ها به‌وسیله نمودارهای میله‌ای به درک بهتر و ملموس‌تر از تفاوت میان



شکل ۳ - مقایسه مقدار مشاهداتی و تخمینی در سال ۱۳۹۲ و ۱۳۹۶ دشت گناباد

Figure 3- Comparison of observed and estimated value in 2013 and 2017 in Gonabad Plain



شکل ۴ - سطح آب‌های زیرزمینی آبخیز گناباد در سال ۱۳۹۲ و ۱۳۹۶

Figure 4 - Groundwater level of Gonabad aquifer in 2013 and 2017

روش کریجینگ کمکی پیش‌بینی و تخمین مناسبی را به دست نمی‌دهد و طبق نمودارهای میله‌ای شکل ۳، در سال ۱۳۹۲ مقادیر برآورد شده توسط این روش در

مطابق شکل ۳، در سال ۱۳۹۲ تقریباً تمامی روش‌ها نزدیک به هم و با اختلاف اندکی عمل درون‌یابی را انجام داده‌اند. در بین پنج روش موجود در پژوهش،

معیار نتایج روش‌های درون‌یابی مختلف برابر با ۵/۳۰ متر شد؛ که این عدد حاکی از آن است انتخاب اشتباه در روش درون‌یابی به‌طور متوسط خطایی ۵/۳۰ متری را ایجاد می‌نماید بنابراین انتخاب روش صحیح درون‌یابی و پارامترهای مربوطه بسیار تأثیرگذار خواهد بود. شکل ۴، نیز سطح نهایی پهنه‌بندی شده برای آب‌های زیرزمینی در آبخوان گناباد را در سال ۱۳۹۲ و ۱۳۹۶ نمایش می‌دهد که این پهنه‌بندی نیز بر اساس بهترین روش درون‌یابی مربوطه یعنی کریجینگ تصویر شده است. با بررسی این شکل نیز مشخص می‌گردد تراز سطح آب نسبت به دوره زمانی قبلی تغییرات قابل‌توجهی نداشته است. در محدوده مکانی سرخس نیز، با توجه به بررسی سطح تراز آب در ترسالی و خشک‌سالی به دو ماه بهمن و مرداد محدود گردید که با روش‌های گفته‌شده مقادیر جدول ۴، به دست آمد. در جدول ۵ و ۶، نیز به جهت اطمینان از صحت انتخاب روش درون‌یابی مناسب، در دشت سرخس معیارهای اعتبارسنجی  $R^2$  و MBE نیز به دست آمد.

تمامی حالات بیش‌تر از مقدارهای مشاهده‌ای است. از مشاهده‌ی نمودارها و بررسی دقیق‌تر میزان تراز سطح آب در چاه‌های مورد آزمایش؛ باز هم می‌توان به این مهم پی برد که روش کریجینگ قرابت بیشتری با مقادیر واقعی دارد. در سال ۱۳۹۶ نیز، روش‌های کریجینگ و IDW نزدیک‌ترین تخمین‌ها را نسبت به مقادیر مشاهده‌ای دارند. در نهایت از بین روش‌های نام‌برده شده روش کریجینگ، روش منتخب برای سال ۱۳۹۶ خواهد بود. روش‌های کریجینگ کمکی و RBF نیز به‌عنوان درون‌یاب‌های بعدی در نظر گرفته می‌شوند. از بین روش‌هایی که بررسی شد، روش وزن‌دهی معکوس، در سال ۱۳۹۲ روش کریجینگ معمولی با مقادیر ۱۴/۰۲ و ۱۳/۸۳ روش برتر و در سال ۱۳۹۶ باز هم روش کریجینگ معمولی با کمترین خطا به مقدارهای ۱۴/۵۸ و ۱۴/۴۹ روش انتخابی برای درون‌یابی معرفی شدند. پس از دو روشی که به آن‌ها اشاره شد به ترتیب روش‌های توابع پایه‌شعاعی، روش تیسن و کریجینگ کمکی به جهت درون‌یابی در دشت گناباد توصیه می‌شوند. در بررسی این دشت، انحراف

جدول ۴ - مقادیر RMSE در دشت سرخس

Table 4 - RMSE values in the Sarakhs plain

تپهن ۱۳۹۶	گرداد ۱۳۹۶	تپهن ۱۳۹۲	گرداد ۱۳۹۲	بازه زمانی		محدوده مکانی
				روش		
9.94	11.83	34.57	1.69	وزن‌دهی معکوس فاصله		سرخس
11.87	12.70	30.79	1.58	کریجینگ		
13.98	11.98	33.46	7.29	تیسن		
11.23	12.09	33.09	1.52	تابع پایه شعاعی		
10.74	12.76	29.23	3.06	کریجینگ کمکی		

جدول ۵ - مقادیر  $R^2$  در دشت سرخس

Table 5 -  $R^2$  values in the Sarakhs plain

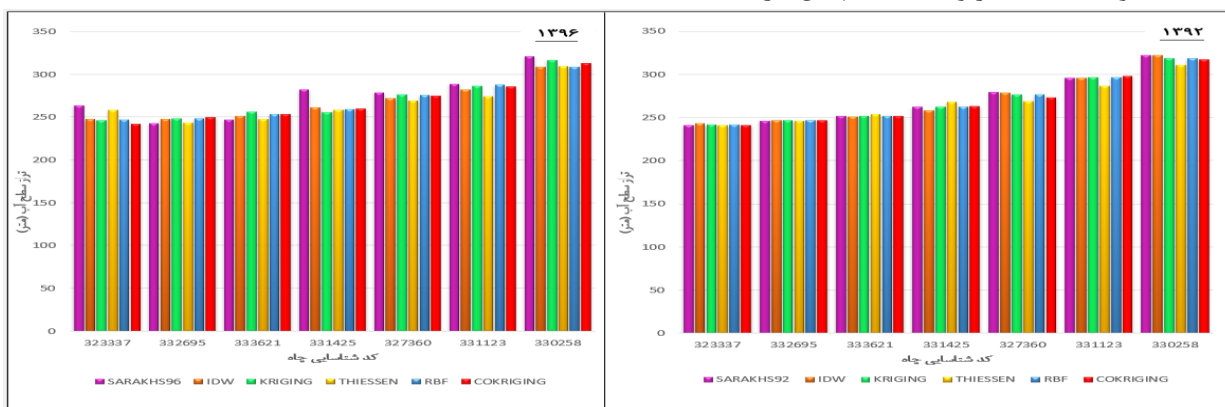
تپهن ۱۳۹۶	گرداد ۱۳۹۶	تپهن ۱۳۹۲	گرداد ۱۳۹۲	بازه زمانی		محدوده مکانی
				روش		
0.87	0.87	0.95	0.99	وزن‌دهی معکوس فاصله		سرخس
0.82	0.78	0.97	0.99	کریجینگ		
0.81	0.91	0.90	0.96	تیسن		
0.87	0.82	0.94	0.99	تابع پایه شعاعی		
0.90	0.80	0.97	0.99	کریجینگ کمکی		

جدول ۶ - مقادیر MBE در دشت سرخس  
Table 6 - MBE values in the Sarakhs plain

بهمین ۱۳۹۶	داد ۱۳۹۶	بهمین ۱۳۹۲	داد ۱۳۹۲	محدوده مکانی	
				بازه زمانی	روش
-0.17	7.60	15.89	0.20	وزن‌دهی معکوس فاصله	سرخس
1.42	5.31	13.87	0.37	کریجینگ	
5.10	8.97	17.25	3.29	تیسن	
1.73	6.09	14.27	0.34	تابع پایه شعاعی	
2.66	6.34	15.26	0.93	کریجینگ کمکی	

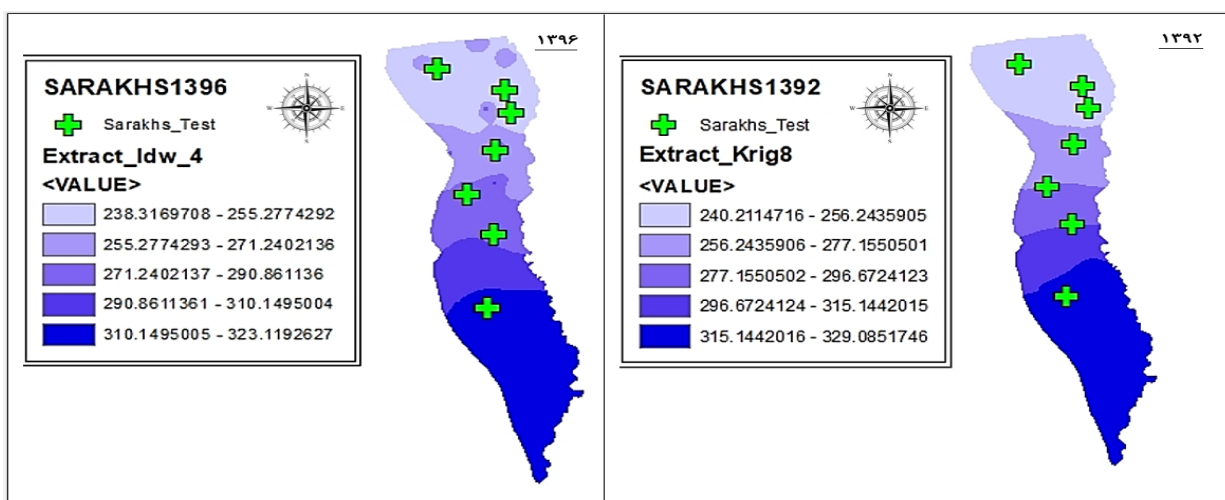
مقدار واقعی و تخمینی بوده که با توجه به روش‌های درون‌یابی وزن‌دهی معکوس، کریجینگ، تیسن، تابع پایه شعاعی، کریجینگ کمکی با مقدار واقعی (رنگ بنفش) مقایسه گردید.

در شکل ۵، کد شناسایی چاه مربوط به ماه مرداد و بهمن در سال ۱۳۹۶ و ۱۳۹۲ در دشت سرخس بوده که کد شناسایی ۳۳۳۶۲۱ و ۳۳۲۶۹۵ و ۳۲۳۳۳۷ و ۳۳۱۴۲۵ مربوط به ماه مرداد و کد شناسایی ۳۳۰۲۵۸ و ۳۲۷۳۶۰ مربوط به ماه بهمن در مقایسه



شکل ۵ - مقایسه مقدار مشاهداتی و تخمینی در سال ۱۳۹۶ و ۱۳۹۲ دشت سرخس

Figure 5 - Comparison of observed and estimated value in 2013 and 2017 of Sarakhs Plain



شکل ۶ - سطح آب‌های زیرزمینی آبخوان سرخس در سال ۱۳۹۶ و ۱۳۹۲

Figure 6 - Groundwater level in the Sarakhs aquifer in 2013 and 2017

۱۳۹۶ نیز، روش‌ها شبیه به هم عمل می‌کنند با این تفاوت که در سال ۱۳۹۲، تخمین مقادیر توسط درون‌یاب‌ها با مقدارهای مشاهداتی از چاه‌ها اختلافی اندک را ایجاد کرد؛ اما در سال ۱۳۹۶ این اختلاف بین سطح تراز واقعی و تراز درون‌یابی شده ملموس‌تر از سال ۱۳۹۲ است. پس از بررسی جدول ۴، ۵ و ۶ و شکل ۵، مشخص گردید که روش برتر در سال ۱۳۹۲ کمترین میزان خطا به مقدار  $1/58$  و  $30/7$  باز هم متعلق به روش کریجینگ معمولی بود. در سال ۱۳۹۶ روش وزن‌دهی معکوس فاصله با مقدار خطای  $11/83$  و  $9/94$  برای ماه‌های مرداد و بهمن، بهینه‌ترین روش شناخته شد. مقدار انحراف معیار نتایج روش‌های درون‌یابی در این دشت  $1/20$  متر شد؛ که این بدین معناست با انتخاب اشتباه روش درون‌یابی در دشت مذکور به‌طور متوسط خطایی به میزان  $1/20$  متر ایجاد می‌گردد.

مطابق شکل ۶، نیز با مشاهده‌ی پهنه‌بندی سال ۱۳۹۲ و ۱۳۹۶ آشکار می‌گردد که افت قابل‌توجهی در تراز سطح آب زیرزمینی در حال شکل‌گیری است و بالاترین تراز سطح آب رقمی در حدود ۷ متر کاهش داشته است. هم‌چنین تغییرات اندکی در نواحی شمالی این آبخوان مشهود است که قطعاً بی‌ارتباط با تغییر روش از کریجینگ به IDW نیست.

همچنین با توجه به بررسی مقادیر جدول (۵) استنباط می‌گردد که ضریب تعیین روش‌ها کاملاً با یکدیگر قرابت دارند و در بعضی دوره‌های زمانی با هم یکسان هستند؛ از این‌رو روش ضریب تعیین روش چندان مناسبی برای ارزیابی نخواهد بود و صرفاً میزان نزدیکی یک درون‌یاب به برازش خطی را نمایان می‌سازد. جدول (۶) نیز نشان می‌دهد که مقادیر میانگین انحراف خطاها تا حد زیادی با مقادیر RMSE مطابقت دارد.

با تحلیل نتایج پیش‌بینی‌های انجام‌گرفته، در سال ۱۳۹۲ و ۱۳۹۶ (با توجه به بررسی‌های موجود همان سال است که اطلاعات هر دو سال به دلیل بررسی سطح تراز آب در ترسالی و خشک‌سالی به دو ماه بهمن و مرداد محدود گردید) افت تراز سطح آب زیرزمینی بر اساس بهترین و بهینه‌ترین روش‌های اعمال‌شده در

مقادیر اعتبارسنجی جدول ۴، در دشت سرخس نشان می‌دهد که روش‌ها از دقت کاملاً قابل‌قبولی برخوردارند و این پژوهش با تعداد کافی چاه‌های مشاهداتی و پراکندگی مناسب این چاه‌ها در دشت رابطه‌ی مستقیم دارد. همان‌طور که گفته شد پنج روش مورد مطالعه عملکردی نزدیک به هم دارند اما برای انتخاب روش برگزیده و بهینه مشابه دشت گناباد، درون‌یاب با کمترین مقدار RMSE انتخاب گردید. در سال ۱۳۹۲ روش زمین‌آمار کریجینگ و در سال ۱۳۹۶ روش وزن‌دهی معکوس فاصله بهترین نتایج را ایجاد می‌نمایند. در دوره‌های زمانی مختلف داده‌ها تا حدود زیادی همگن بوده و چاه‌های مشاهداتی نیز پراکندگی مناسبی داشتند. اما لازم به ذکر است در بهمن‌ماه سال ۱۳۹۲ برای تعیین تراز سطح آب‌های زیرزمینی، داده‌های ناهمگن جدیدی که پراکندگی مناسبی نداشتند، به داده‌های قبلی اضافه گردید تا تأثیر وجود چاه‌های ناهمگن بر روی نتایج روش‌های درون‌یابی نیز به‌نوعی مورد مطالعه و بررسی قرار گیرد.

مطابق شکل ۵، در سال ۱۳۹۲ نیز هر پنج روش به بهترین شکل درون‌یابی را با حداقل خطا انجام داده‌اند؛ البته با اندکی توجه می‌توان پی برد که اختلاف ناچیزی میان روش تیسن با بقیه روش‌ها مشهود است. در سال

## بحث

با توجه به بررسی مقادیر در جدول ۲ (مقایسه ماه‌های مرداد و بهمن در سال‌های ۱۳۹۲ و ۱۳۹۶)، اختلاف قابل‌توجهی بین میزان خطاها و در نتیجه، میان‌تراز سطح آب زیرزمینی در ماه‌های مرداد و بهمن مشاهده نمی‌گردد. ضمناً در سال‌های ۱۳۹۲ و ۱۳۹۶ در جدول ۳، روش کریجینگ که روشی زمین‌آمار است؛ با توجه به نزدیکی مقادیر MBE این روش در ماه‌های مرداد و بهمن، روش برتر شناخته شد. از طرفی با دقت در مقادیر مشاهده گردید که نتایج مقادیر مربوط به  $R^2$  کاملاً با RMSE هم‌خوانی دارد و هرچه  $R^2$  به یک نزدیک‌تر باشد، برازش مدل دقیق‌تر و خطای آن پایین‌تر خواهد بود.

## اکبری و همکاران

دشت‌های مطالعاتی گناباد، سرخس مقداری ناچیز و قابل چشم‌پوشی در حدود ۴، ۷ و ۵ متر است. در این پژوهش، ارزیابی روش‌های درون‌یابی در برآورد تراز سطح آب زیرزمینی دشت‌های خراسان رضوی بررسی گردید. پژوهش مورد استفاده در تحقیق حاضر، برگرفته از تحقیق (Bazrafshan and GarkaniNejad, 2019) بوده است. بعد از بررسی هر یک از پارامترهای بهینه، روش‌های درون‌یابی بر اساس بهترین حالت ممکن در هر دوره‌ی زمانی اعمال گردید. مطالعه روش کریجینگ کمکی نیز حاکی از این بود که هر زمان مبنای فرمول‌های آن بر اساس بهینه‌ترین روش کریجینگ قرار گیرد؛ منجر به کم‌ترین مقدار خطا و بیش‌ترین دقت خواهد شد. در روش وزن‌دهی معکوس فاصله توان نقش تعیین‌کننده را ایفا می‌نماید که مقدار توان بسته به فاصله چاه‌ها از یکدیگر تغییر می‌نماید. روش کریجینگ نیز دقت‌های مختلفی را بر اساس توابع تبدیل اولیه و منطبق شونده ارائه می‌دهد. این یافته با مطالعه Sivakugan و همکاران (۲۰۱۸) نیز که به جهت بررسی قابلیت‌های روش کریجینگ تجربی در استان بغداد عراق شروع به پژوهش نمودند مطابقت دارد و به بررسی میزان افزایش دقت درون‌یابی روش فوق جهت پهنه‌بندی تراز سطح آب زیرزمینی پرداختند سپس نتایج به‌دست‌آمده را با دیگر روش‌های درون‌یابی از جمله وزن‌دهی معکوس فاصله، توابع پایه‌شعاعی و چندجمله‌ای‌های سراسری و محلی مقایسه کردند. همچنین این پژوهش با مطالعه Nikzad و همکاران (2018) که حاکی از افت سطح آب زیرزمینی در بیشتر نقاط دشت بیستون استان کرمانشاه است مطابقت دارد. به‌طوری‌که حداکثر این افت معادل ۲۲ متر در قسمت جنوب غربی منطقه در دشت بیستون می‌باشد. این پژوهش با مطالعه Rasoli و همکاران (2023) نیز در محدوده مطالعاتی نرده و هشتگرد که روش کریجینگ را به‌عنوان روش مناسب

برای تحلیل تراز آب زیرزمینی معرفی نمودند مطابقت دارد. همچنین این یافته با مطالعه Subedi و همکاران (۲۰۱۹) مطابقت دارد و بیان داشتند که نتایج درون‌یابی حاصل از اعتبارسنجی تقاطعی در منطقه تگزاس شرقی آمریکا در بین روش‌های قطعی، روش چند جمله‌ای محلی<sup>۱</sup> از دقت بالاتری نسبت به سایر روش‌ها برخوردار بود به‌گونه‌ای که حتی در مقایسه با روش زمین‌آماري کریجینگ نیز مقدار خطای کمتری داشت. لذا در پژوهش حاضر در خراسان رضوی از میان دو دشت مورد مطالعه در پژوهش، دشت سرخس دارای مقادیر خطای نسبتاً قابل‌قبولی است؛ اما دشت دیگر به دلیل فرم کشیده‌ای که دارد و همچنین تراکم اندک داده‌های برداشتی دارای مقادیر RMSE بالاتری است. روش درون‌یابی تیسن نیز به‌عنوان روشی با حساسیت بسیار اندک با ایجاد مثلث‌بندی، عمل درون‌یابی را با سرعت بالا و دقت نه‌چندان مطلوب انجام می‌دهد.

## نتیجه‌گیری کلی

در بررسی بین کمیت‌ها مشخص گردید که هر روش با مقدار خاصی از پارامترها، سطحی متفاوت را ایجاد می‌نماید. در روش وزن‌دهی معکوس فاصله پارامترهای توان، تعداد همسایگی و نحوه‌ی انتخاب شکل همسایگی باید بهینه می‌شد که در این میان توان نقش اساسی را ایفا کرد. نوع روش مورد استفاده در روش توابع پایه شعاعی بیش‌ترین تأثیر را بر روی مقدار RMSE ایجاد نمود و تعداد همسایگی‌ها و شکل انتخاب آن‌ها در اولویت بعدی قرار گرفت. روش تیسن به‌عنوان روشی ساده و بدون حساسیت بر روی کمیت‌ها شناخته شد.

در پژوهش انجام‌گرفته، به جهت بررسی تراز سطح آب زیرزمینی در شرایط مختلف از اطلاعات دو ماه از سال در هر دوره‌ی زمانی استفاده گردید؛ که یکی مربوط به ترسالی (بهمن‌ماه) و دیگری به دوره‌ی خشک‌سالی

<sup>1</sup> Local polynomial method (LPM)

مقادیر RMSE ۱۴/۴۹ متر شد. در دشت سرخس روش‌های کریجینگ ساده و معمولی و هم‌چنین IDW به ترتیب با مقادیر RMSE ۱/۴۱، ۱/۵۸ و ۱۱/۸۳ متر برترین روش‌ها معرفی شدند. در نمایش پهنه‌بندی سطوح آب زیرزمینی که در انتهای هر دشت به وسیله‌ی نقشه آبخوان و تغییرات تراز سطح آب زیرزمینی نشان داده شد؛ مشخص گشت که نوسانات ارتفاعی با اطلاعات موجود در بررسی‌های هیدروژئولوژی هر محدوده تا حد زیادی مطابقت دارد.

(مردادماه) منتهی شد. بر خلاف تصورات قبلی، به دلیل اقلیم خشک و بارندگی کم در دشت‌های استان، اختلاف چندان قابل‌توجهی میان این دو ماه مشاهده نشد. از طرفی این بررسی برای دو دوره‌ی زمانی مختلف مرتبط با سال‌های ۱۳۹۲ و ۱۳۹۶ انجام پذیرفت؛ تا نحوه‌ی تغییرات و نوسان تراز سطح آب زیرزمینی کاملاً ملموس گردد.

بهترین جواب برای تخمین تراز سطح آب زیرزمینی دشت گناباد مربوط به روش‌های وزن‌دهی معکوس فاصله با RMSE ۱۱/۹۶ متر و کریجینگ معمولی با

## References

- Adhikary, P.P., Jyotiprava, D. (2017). Comparison of Deterministic and Stochastic Methods to Predict Spatial Variation of Groundwater Depth. *Applied Water Science*, 17(6), 339-348. <https://doi.org/10.1007/s13201-014-0249-8>
- AliJani, F., Mousavi, F. & Mohammadi, H. (2022). The Study of Effects of Restoration and Resilience Plan on Groundwater of Qaleh Tol Plain, North East Khuzestan. *Sustainable Water and Development Journal*, 9(3), 39-48. <https://doi.org/10.22067/JWSD.V9I3.2212.1196> (In Persian).
- Arslan, H. (2014). Estimation of Spatial Distribution of Groundwater Level and Risky Areas of Seawater Intrusion on the Coastal Region in Carsamba Plain. Turkey, Using Different Interpolation Methods. *Environmental monitoring and assessment* 186(8), 123-134. <https://doi.org/10.1007/s10661-014-3764-z>
- Bazrafshan, O. & GarkaniNejad, Z. (2019). Optimizing of Piezometric Wells Number for Groundwater Level Prediction Using Factor Analysis (Case Study: Minab Plain). *Iran Irrigation and Water Journal*, 9(2), 80-94. <https://doi.org/10.22125/IWE.2019.87268> (In Persian).
- Bhattacharjee, S., Chakravarty, S., Maity, S., Dureja, V. & Gupta, K.K. (2005). Metal Contents in the Groundwater of Sahebgunj District Jharkhand. India with Special Reference to Arsenic. *Chemosphere* 58(9), 103-117. <https://doi.org/10.1016/j.chemosphere.2004.09.055>
- Bhunia, G.S., Shit, P.K. & Maiti, R. (2018). Comparison of Gis-Based Interpolation Methods for Spatial Distribution of Soil Organic Carbon (Soc). *Journal of the Saudi Society of Agricultural Sciences* 17(2), 114-126. <https://doi.org/10.1016/j.jssas.2016.02.001>
- Bronowicka, U., Mielniczuk, J., Obrosiak, R. & Przystupa, W. (2019). A Comparison of Some Interpolation Techniques for Determining Spatial Distribution of Nitrogen Compounds in Groundwater. *International Journal of Environmental Research*, 7(2), 1-9. <https://doi.org/10.1007/s41742-019-00208-6>
- Daliakopoulos, I.N., Coulibaly, P. & Ioannis, K.T. (2005). Groundwater Level Forecasting Using Artificial Neural Networks. *Journal of hydrology*, 30(9), 229-240. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2004.12.001>
- Delgado, C., Pacheco, J., Cabrera, A., Batllori, E., Orellana, R. & Bautista, F. (2010). Quality of Groundwater for Irrigation in Tropical Karst Environment: The Case of Yucatan, Mexico. *Agricultural Water Management*, 97(10), 123-133. <https://doi.org/10.1016/j.agwat.2010.04.006>
- Ebadi, J. & Rezaei Moghadam, m. (2019). Estimating Accuracy of Artificial Neural Networks and Geo Statistical Methods in Interpolating Groundwater Levels Case Study: Shabestar-Sufian Plain. *Scientific-Research Quarterly of Geographical*

- Information*, 28(110), 133-45. <https://doi.org/10.22131/sepehr.2019.36618> (In Persian).
- Eldrandaly, K.A. & AbuZaid, M.S. (2011). Comparison of Six Gis-Based Spatial Interpolation Methods for Estimating Air Temperature in Western Saudi Arabia. *Journal of environmental Informatics* 18(1), 38-49. <https://doi.org/10.3808/jei.201100197>
- Elumalai, V., Brindha, K., Sithole, B. & Lakshmanan, E. (2017). Spatial Interpolation Methods and Geostatistics for Mapping Groundwater Contamination in a Coastal Area. *Environmental Science and Pollution Research*, 24(12), 160-171. <https://doi.org/10.1007/s11356-017-8681-6>
- Gholizadeh Sarabi, Sh., Joodavi, A., Majidi Khalilabad, M., Ebrahimi, A. & Ronaghi, A. (2022). Methodology for Groundwater Mointoring Network Assessment and Design, Part2: IranEvaluation of Monitoring Network by Acceptance Probability Method. *Journal of Water and Sustainable Development*, 9(3), 1-10. <https://doi.org/10.22067/JWSD.V9I3.2203.1131> (In Persian).
- Ghorbani, F. & Salarijezi, A. (2018). Evaluation of the Empirical Bayesian Kriging Method in Groundwater Level Zoning. *Journal of Water and Soil Conservation Research*, 25(1), 165-182. <https://doi.org/10.22069/JWSC.2018.13571.2826> (In Persian).
- Ghosh, M., Pal, D.K. & Santra, S.C. (2019). Spatial Mapping and Modeling of Arsenic Contamination of Groundwater and Risk Assessment through Geospatial Interpolation Technique. *Environment, Development and Sustainability*, 22(7), 2861-2880. <https://doi.org/10.1007/s10668-019-00322-7>
- Gong, G., Mattevada, S. & O'Bryant, S.E. (2014). Comparison of the Accuracy of Kriging and IDW Interpolations in Estimating Groundwater Arsenic Concentrations in Texas. *Environmental research*, 130(3), 59-69. <https://doi.org/10.1016/j.envres.2013.12.005>
- Habibabadi, N.G. & Derakhshan, H. (2023). Groundwater-Drought Conjunctive Management: A Review of California Experiences. *Journal of Water and Sustainable Development*, 10(1), 77-86. <https://doi.org/10.22067/JWSD.V10I1.2302-1219> (In Persian).
- Jie, C., Zhang, H., Hui, Q., Jianhua, W. & Xuedi, Z. (2013). Selecting Proper Method for Groundwater Interpolation Based on Spatial Correlation. *International Conference on Digital Manufacturing & Automation*. <https://doi.org/10.1109/ICDMA.2013.282>
- Kalhor, A., Araabi, B.N. & Lucas, C. (2013). Evolving Takagi-Sugeno Fuzzy Model Based on Switching to Neighboring Models. *Applied Soft Computing*, 13(2), 939-946. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2012.09.015>
- Kaminska, A. & Grzywna, A. (2014). Comparison of Deteministic Interpolation Methods for the Estimation of Groundwater Level. *Journal of Ecological Engineering*, 15(4), 55-65. <https://doi.org/10.12911/22998993.1125458>
- Khodadadi, M., Nassery, H.R. & Nikpeyman, Y. (2022). Assessment of the Groundwater Restoration and Balancing with Emphasis on Smart Meters in Shahriar Plain. *Sustainable Water and Development Journal*, 9(3), 49-56. <https://doi.org/10.22067/JWSD.V9I3.2212.1197> (In Persian).
- Li, J. & Heap, A.D. (2014). Spatial Interpolation Methods Applied in the Environmental Sciences: A Review. *Environmental Modelling & Software*, 53(3), 173-189. <https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2013.12.008>
- Ma, S., Chen, F., Wang, Q. & Zhao, Z. (2012). Sugeno Type Fuzzy Complex-Value Integral and Its Application in Classification. *Procedia Engineering*, 29(6), 41-51. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2012.01.634>
- Nikzad, M., Moradi, H.R. & Jalili, Kh. (2018). Estimation of Temporal and Spatial Variations of the Level of the Aquifers in Bisotun Plain of Kermanshah Province with Geostatistical Methods. *Iran Irrigation and Water Journal*, 8(4), 79-92. (In Persian).
- Ohmer, M., Liesch, T., Goeppert, N. & Goldscheider, N. (2017). On the Optimal Selection of Interpolation Methods for Groundwater Contouring: An Example of

- Propagation of Uncertainty Regarding Inter-Aquifer Exchange. *Advances in water resources*, 109(3), 121-132. <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2017.08.016>
- Piazza, A.D., Conti, F.L., Noto, L.V., Viola, F. & Loggia, G.L. (2011). Comparative Analysis of Different Techniques for Spatial Interpolation of Rainfall Data to Create a Serially Complete Monthly Time Series of Precipitation for Sicily Italy. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, 13(3), 396-408. <https://doi.org/10.1016/j.jag.2011.01.005>
- Rasoli, M.M., Ketabchi, H. & MahmoudZadeh, D. (2023). Evaluation of Interpolation Methods for Zoning the Groundwater Level and Determining the Flow Direction (Case Study: two study areas of Iran). *21st Iranian Hydraulic Conference*, Martyr Chamran University of Ahvaz. (In Persian).
- Regional water organization Razavi Khorasan. 2017. (In Persian).
- Samadi, M. (2017). Spatio-Temporal Modeling of Groundwater Level Variations of Urban and Rural Areas in Kashan Aquifer Using GIS Techniques. *Environmental Science and Technology Quarterly*, 19(1), 63-77. <https://doi.org/10.22034/jest.2017.10329> (In Persian).
- Shahid, S.U., Iqbal, J. & Khan, S.J. (2017). A Comprehensive Assessment of Spatial Interpolation Methods for the Groundwater Quality Evaluation of Lahore. Punjab Pakistan. *NUST Journal of Engineering Sciences*, 10(1), 1-13. <https://doi.org/10.24949/njes.v10i1.239>
- Sivakugan, N., Al-Adili, A.S. & Ali, M.H. (2018). Comparison between Deterministic and Stochastic Interpolation Methods for Predicting Groundwater Level in Baghdad. *Engineering and Technology Journal*, 36(12), 12-25. <https://doi.org/10.30684/etj.36.12A.2>
- Subedi, M.R., Xi, W., Edgar, C.B., Rideout-Hanzak, S. & Hedquist, B.C. (2019). Assessment of Geostatistical Methods for Spatiotemporal Analysis of Drought Patterns in East Texas USA. *Spatial Information Research*, 27(1), 11-21. <https://doi.org/10.1007/s41324-018-0216-9>
- Wang, S., Huang, GH., Lin, QG., Li, Z., Zhang, H. & Fan, YR. (2014). Comparison of Interpolation Methods for Estimating Spatial Distribution of Precipitation in Ontario Canada. *International Journal of Climatology*, 34(14), 37-51. <https://doi.org/10.1002/joc.3941>
- Xiao, Y., Gu, X., Yin, S., Shao, J., Cui, Y., Zhang, Q. & Niu, Y. (2016). Geostatistical Interpolation Model Selection Based on Arcgis and Spatio-Temporal Variability Analysis of Groundwater Level in Piedmont Plains, Northwest China. *SpringerPlus*, 5(1), 425-436. <https://doi.org/10.1186/s40064-016-2073-0>